Herleitung der konstanten Lichtgeschwindigkeit für alle Beobachter unter Voraussetzung der Lorentztransformation

von *Wolfgang Engelhardt*,
ehemaliger Mitarbeiter am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching

Gegeben sei eine ebene Welle, die sich in x - Richtung ausbreitet und durch folgenden mathematischen Ausdruck beschrieben wird:

$$A = A_0 \cos\left(k\,x - \omega\,t\right)$$

Die Wellenlänge ist $\lambda = 2\pi/k$ und die Frequenz ist $\nu = \omega/2\pi$. Wenn man den Punkt maximaler Amplitude markieren will, muss man das Argument des Kosinus (Phase) zu Null setzen: $k\,x = \omega\,t$. Man erhält einen Ausdruck für die Geschwindigkeit, mit der sich dieser Punkt fortbewegt:

$$\frac{x}{t} = \frac{\omega}{k}$$

Diesen Ausdruck nennt man „Phasengeschwindigkeit". Im Falle von Schall ist sie die Schallgeschwindigkeit gegenüber Luft, mit der sich die Welle ausbreitet. Im Falle von Licht ist sie die Lichtgeschwindigkeit gegenüber dem Medium, in dem sich das Licht ausbreitet. Früher nannte man dieses Medium „Äther". Einstein nannte es "das ruhende System K", später (ab 1920) nannte er es auch wieder Äther. Heute nennen wir es Vakuum, Raum oder ebenfalls wieder Äther. Man hat sich angewöhnt, die Phasengeschwindigkeit des Lichts, also den Quotienten ω/k, mit c zu bezeichnen. Einstein verwendete V.

Betrachtet man eine ebene Welle von einem System aus, welches sich gegenüber dem x - System mit der Geschwindigkeit v bewegt, so wollen wir alle Größen mit einem Strich versehen, um sie unterscheiden zu können:

$$A = A_0 \cos\left(k'\,x' - \omega'\,t'\right)$$

Die Amplitude kriegt aber keinen Strich, denn es soll sich ja um dieselbe Welle handeln, die nur von einem anderen System aus betrachtet wird. Der Punkt konstanter Amplitude breitet sich definitionsgemäß mit der Geschwindigkeit

$$\frac{x'}{t'} = \frac{\omega'}{k'}$$

aus. Wenn die Galilei-Transformation gilt, haben wir

$$x' = x - v\,t \quad \text{und} \quad t' = t$$

Setzt man oben ein, so erhält man für die Phasengeschwindigkeit im gestrichenen System:

$$\frac{\omega'}{k'} = \frac{x - v\,t}{t} = \frac{x}{t} - v = \frac{\omega}{k} - v$$

In der üblichen Nomenklatur heißt das $c' = c - v$.

Verwendet man dagegen die Lorentz-Transformation, bei der nicht nur die Ortskoordinate, sondern auch die Zeit transformiert wird:

$$x' = \gamma\left(x - v\,t\right) \quad \text{und} \quad t' = \gamma\left(t - x\,v\,k^2/\omega^2\right)$$

(ich habe statt c^2 den Quotienten ω^2/k^2 geschrieben), so erhält man für die Phasengeschwindigkeit im gestrichenen System:

$$\frac{\omega'}{k'} = \frac{x - v\,t}{t - x\,v\,k^2/\omega^2}$$

Der γ-Faktor wurde weggelassen, weil er sich herauskürzt. Setzt man nun wieder $x = \omega t/k$, so erhält man

$$\frac{\omega'}{k'} = \frac{\omega/k - v}{1 - v k/\omega} = \frac{\omega}{k} \quad \text{oder} \quad c' = c$$

Die Anwendung der Lorentz-Transformation erzwingt also, dass ein und dieselbe Lichtwelle von jedem bewegten System aus betrachtet die Phasengeschwindigkeit c besitzt. Umgekehrt kann man dies postulieren und damit die Lorentz-Transformation ableiten, so wie es Voigt getan hat *). Bemerkenswert ist dabei, dass sich Voigt ganz allgemein auf die „Oscillationen eines elastischen incompressibeln Mediums" bezog, seine Theorie also für Licht und Schall in gleicher Weise anwendbar sein müsste. In der Akustik wurde sie aber nicht aufgegriffen, während Einstein sie als „Lorentz-Transformation" in Anwendung auf das Licht übernommen hat. Er behauptete sogar, die Transformation aus seinen Postulaten abgeleitet zu haben (was jedoch nicht stimmt). Also muss er – obwohl das schwer vorstellbar ist – durchaus geglaubt haben, dass die Lichtgeschwindigkeit von jedem wie immer bewegten Betrachter aus gesehen gleich c ist.

*) W. Voigt, *Ueber das Doppler'sche Princip,* Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg–Augusts–Universität zu Göttingen, No. 2, 10. März 1887